PART2　ベクトルの成分と平行

例題

(1) $\vec{c}=(3,\ 1)$ と平行な単位ベクトルを成分で表せ。

(2) 2 つのベクトル $\vec{a}=(5,\ 2)$, $\vec{b}=(x,\ 8)$ が平行になるときの x の値を求めよ。

Point Pickup

練習

(1) $\vec{c}=(2,\ -3)$ と同じ向きの単位ベクトルを成分で表せ。

(2) 2 つのベクトル $\vec{a}=(-1,\ 2)$，$\vec{b}=(1,\ x)$ について，$2\vec{a}+3\vec{b}$ と $\vec{a}-2\vec{b}$ が平行になるときの x の値を求めよ。

第10講　PART2 確認問題

1　$\vec{a}=(3,\ 4)$ と同じ向きの単位ベクトルの成分は，

$\left(\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\ \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\right)$ である。

2　2つのベクトル $\vec{a}=(4,\ -5)$，$\vec{b}=(-1,\ x)$ について，

$\vec{a}+\vec{b}$ と $\vec{a}+2\vec{b}$ が平行になるとき，$x=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

PART2　ベクトルの成分と平行

例題

(1)　$\vec{c}=(3,\ 1)$ と平行な単位ベクトルを成分で表せ。

(2)　2 つのベクトル $\vec{a}=(5,\ 2)$，$\vec{b}=(x,\ 8)$ が平行になるときの x の値を求めよ。

(1)　$|\vec{c}|=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$ より，$\vec{c}$ と平行な単位ベクトルのうち

$\vec{c}$ と同じ向きのものは

$$\frac{1}{|\vec{c}|}\vec{c}=\frac{1}{\sqrt{10}}(3,\ 1)=\left(\frac{3}{\sqrt{10}},\ \frac{1}{\sqrt{10}}\right)=\left(\frac{3\sqrt{10}}{10},\ \frac{\sqrt{10}}{10}\right)$$

$\vec{c}$ と反対向きのものは

$$-\frac{1}{|\vec{c}|}\vec{c}=-\frac{1}{\sqrt{10}}(3,\ 1)=\left(-\frac{3}{\sqrt{10}},\ -\frac{1}{\sqrt{10}}\right)=\left(-\frac{3\sqrt{10}}{10},\ -\frac{\sqrt{10}}{10}\right)$$

(2)　$\vec{a}\neq\vec{0}$, $\vec{b}\neq\vec{0}$ であるから, $\vec{a}\mathbin{/\!/}\vec{b}$ となるのは, $\vec{b}=k\vec{a}$ となる実数 k が存在するときである。

$(x,\ 8)=k(5,\ 2)$ より　$x=5k$，$8=2k$

よって　$k=4$，$x=20$

(別解)

$\vec{a}\mathbin{/\!/}\vec{b}$ より　$5\cdot 8-2x=0$　　よって　$x=20$

練習

(1) $\vec{c}=(2,\ -3)$ と同じ向きの単位ベクトルを成分で表せ。

(2) 2つのベクトル $\vec{a}=(-1,\ 2)$, $\vec{b}=(1,\ x)$ について，$2\vec{a}+3\vec{b}$ と $\vec{a}-2\vec{b}$ が平行になるときの x の値を求めよ。

(1) $|\vec{c}|=\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$ であるから，$\vec{c}$ と平行な単位ベクトルのうち

$\vec{c}$ と同じ向きのものは

$$\frac{1}{|\vec{c}|}\vec{c}=\frac{1}{\sqrt{13}}(2,\ -3)=\left(\frac{2}{\sqrt{13}},\ -\frac{3}{\sqrt{13}}\right)=\left(\frac{2\sqrt{13}}{13},\ -\frac{3\sqrt{13}}{13}\right)$$

(2) $2\vec{a}+3\vec{b}=2(-1,\ 2)+3(1,\ x)=(1,\ 3x+4)$

$\vec{a}-2\vec{b}=(-1,\ 2)-2(1,\ x)=(-3,\ -2x+2)$

$2\vec{a}+3\vec{b}\neq\vec{0}$, $\vec{a}-2\vec{b}\neq\vec{0}$ であるから，$2\vec{a}+3\vec{b}$ と $\vec{a}-2\vec{b}$ が平行となるのは，

$2\vec{a}+3\vec{b}=k(\vec{a}-2\vec{b})$ となる実数 k が存在するときである。

$(1,\ 3x+4)=k(-3,\ -2x+2)$ より

$1=-3k$ …… ①,　　$3x+4=k(-2x+2)$ …… ②

①より　$k=-\dfrac{1}{3}$

このとき②より　$3x+4=-\dfrac{1}{3}(-2x+2)$

よって　$x=-2$

（別解）

$(2\vec{a}+3\vec{b})\parallel(\vec{a}-2\vec{b})$ より

$1\cdot(-2x+2)=(3x+4)\cdot(-3)$

よって　$x=-2$

第 10 講　PART2 確認問題 解答

1 **[正解]** ア：3，イ：5，ウ：4，エ：5

[解説]

$$|\vec{a}|=\sqrt{3^2+4^2}=5$$

$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルは，

$$\frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}=\frac{1}{5}(3,\ 4)$$ [A]

$$=\left(\frac{3}{5},\ \frac{4}{5}\right)$$

[A]　$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルは，

$$\frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}$$

2 [正解] オ：5，カ：4

[解説]

$\vec{a}+\vec{b}=(4,\ -5)+(-1,\ x)$

$=(3,\ x-5)$

$\vec{a}+2\vec{b}=(4,\ -5)+2(-1,\ x)$

$=(2,\ 2x-5)$

$\vec{a}+\vec{b}\neq\vec{0}$，$\vec{a}+2\vec{b}\neq\vec{0}$ であるから，$\vec{a}+\vec{b}$ と

$\vec{a}+2\vec{b}$ が平行になるのは，

$\vec{a}+2\vec{b}=k(\vec{a}+\vec{b})$ となる実数 k が存在するときで

ある。[B]

(2，$2x-5$)＝k(3，$x-5$) より

$2=3k$ ……①

$2x-5=k(x-5)$ ……②

①より　$k=\dfrac{2}{3}$

このとき，②より　$2x-5=\dfrac{2}{3}(x-5)$

$6x-15=2x-10$

よって　$\boldsymbol{x=\dfrac{5}{4}}$

(別解)

$\vec{a}+\vec{b}=(3,\ x-5)$

$\vec{a}+2\vec{b}=(2,\ 2x-5)$

$(\vec{a}+\vec{b})\parallel(\vec{a}+2\vec{b})$ より

$3\times(2x-5)-(x-5)\times2=0$ [C]

$6x-15-2x+10=0$

よって　$\boldsymbol{x=\dfrac{5}{4}}$

> [B]
> $\vec{a}\parallel\vec{b}\iff$
> $\vec{b}=k\vec{a}$ となる実数 k が存在する

> [C]　$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ のとき，
> $\vec{a}\parallel\vec{b}\iff a_1b_2-a_2b_1=0$